



TP 2 | Métrologie

La mesure et son incertitude (partie 2/2)



Noms (binôme ou trinôme)

Paillasse élèves

Métrologie

- ☐ réglet 30 cm ;
- ☐ balle de golf ;
- ☐ chronomètre ;
- ☐ mètre ruban ;

Optique

- ☐ demi-cylindre en plexiglas : $n_p = 1,49$;
- ☐ laser rouge $\lambda = 632 \text{ nm}$;
- ☐ fiche plastifiée avec rapporteur ;

Électronique

- ☐ résistance $R =$ inconnue ;
- ☐ multimètre numérique ;

Paillasse professeur

rien

Objectifs de la séance

Dans ce TP nous allons apprendre à :

- 💡 déterminer une incertitude pour une mesure qui ne varie pas ;
- 💡 propager les incertitudes dans des calculs ;
- 💡 comparer la valeur mesurée à une valeur de référence (écart normalisé) ;

Introduction

Dans ce TP, nous allons procéder à différentes mesures afin de nous familiariser avec les incertitudes de types B sur différents instruments. Nous apprendrons à propager les incertitudes dans des calculs. Puis nous réinvestirons le TP1, avec la comparaison avec une valeur de référence.



I Estimer l'incertitude d'une grandeur qui ne varie visiblement pas : incertitude de type B

Il existe des mesures pour lesquelles la mesure, même refaite plusieurs fois, ne permet pas d'observer de variabilité. Est-ce que cela signifie que la mesure est infiniment précise ?

Cela peut venir du fait que la grandeur ne varie pas de manière absolue lors de l'expérience (ex. mesure de la longueur d'un objet solide, la table par exemple) ou alors que l'instrument de mesure possède une précision de mesure supérieure à la variabilité de la grandeur. Un autre cas est si l'expérience n'est réalisable qu'une seule fois (ex. destruction du produit mesuré).

Quoi qu'il en soit, il faut retenir que ce n'est pas parce que la mesure ne varie pas qu'il n'y a pas d'incertitude : **il y a toujours une incertitude sur une mesure**. Nous parlons d'incertitude de **type B**.

I.A Estimer l'incertitude de type B

Il faut faire preuve de bon sens pour estimer ce type d'incertitude. Prenons un exemple pour mieux comprendre. Mesurons la largeur l d'une feuille (celle de ce TP par exemple) avec une règle graduée en centimètre (voir figure 1).

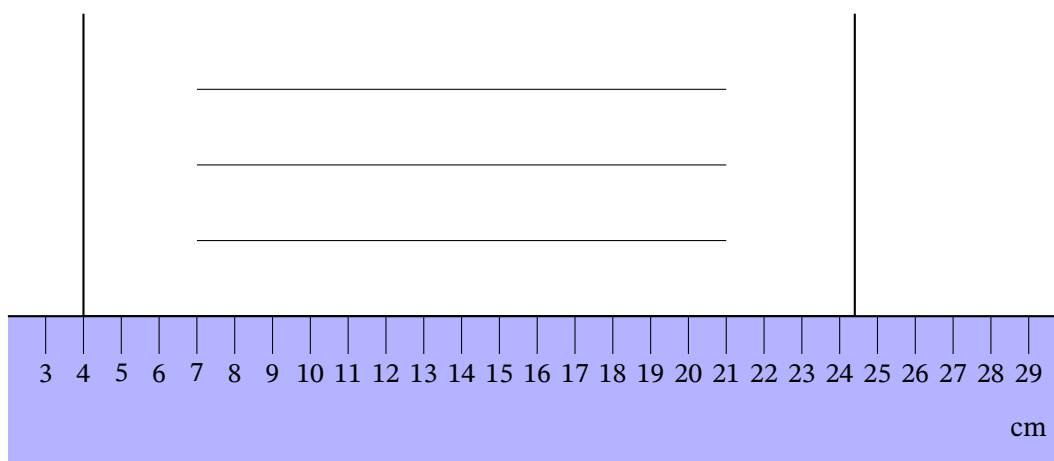


FIGURE 1 : Mesure de la largeur d'une feuille à l'aide d'une règle centimétrique.

La largeur de la feuille se situe dans l'intervalle $[20; 21]$ cm, et probablement à une valeur de $l_0 = 20,5$ cm.

Donc la valeur vraie se trouve dans l'intervalle : $[l_0 - \varepsilon; l_0 + \varepsilon]$ où $\varepsilon = 0,5$ cm. ε est le demi-intervalle d'incertitude de la valeur mesurée.

Pour obtenir l'incertitude, nous admettons¹ que l'incertitude vaut :

$$u(l) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}}$$

1. La justification est hors programme et n'apporte pas beaucoup d'intérêts pour nos mesures



D'où dans l'exemple de la mesure de la largeur de la feuille :

$$l = 20.5 \pm 0.3\text{cm}$$

Savoir

-  Il s'agit d'une incertitude de type B, car elle n'a pas été évaluée par une méthode statistique.
-  Il y a 68 % de chances que la valeur vraie de x soit comprise dans l'intervalle $[x_0 - u(x); x_0 + u(x)]$.

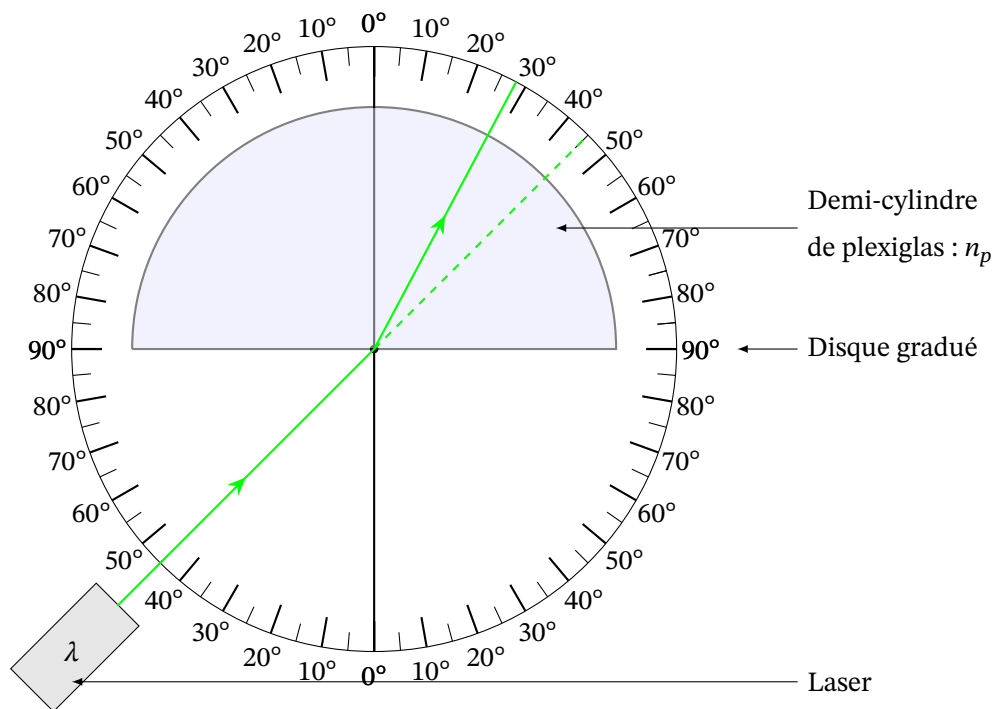
I.B Incertitude avec une règle

Manipulation

- 1 Mesurer la feuille du TP à l'aide du régllet fourni. Donner sa hauteur et sa largeur avec une incertitude.
- 2 Le fabricant indique une largeur de 21,0 cm et une hauteur de 29,7 cm. Calculer les écarts normalisés (sans incertitude pour la valeur de référence), et conclure sur votre mesure.



I.C Incertitude avec une mesure d'angle



Manipulation

Réaliser le montage comme sur la figure ci-dessus.

- 3 Pour un angle d'incidence de 20° , mesurer l'angle de réfraction r_m avec son incertitude.
- 4 Nous rappelons les formules de *Snell-Descartes* dans ce cas particulier : $\sin 20^\circ = n_p \sin r_{th}$ où r_{th} est l'angle réfracté et $n_p = 1,49$ l'indice du plexiglas. Déterminer r_{th} l'angle de réfraction théorique.
- 5 À l'aide de l'écart normalisé, comparer votre mesure avec la valeur donnée par la théorie de *Snell-Descartes*. Conclure.



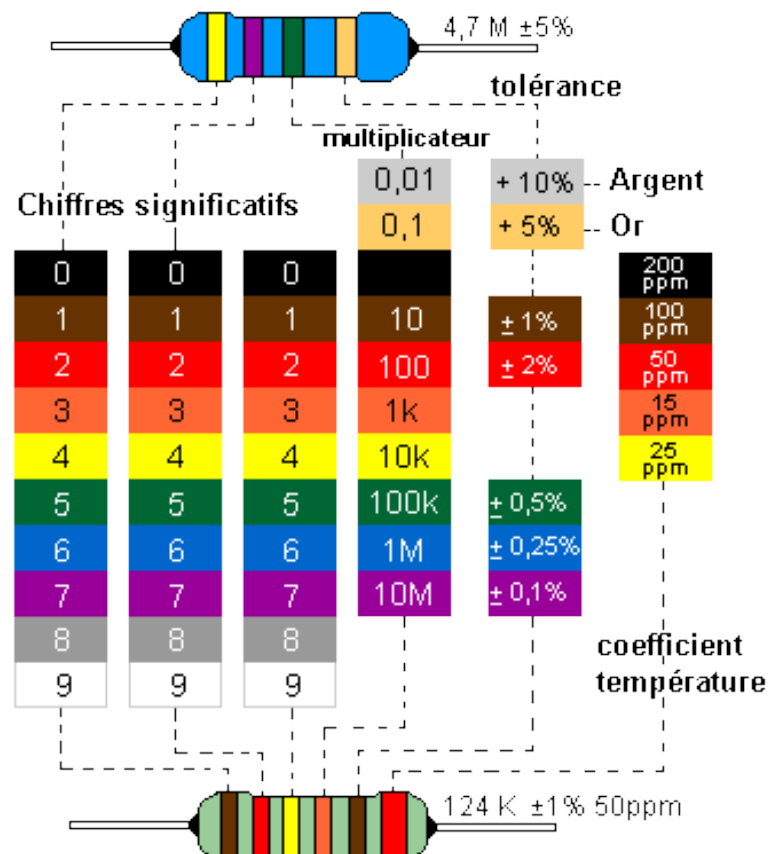
I.D Incertitude avec un appareil de mesure

Nous souhaitons mesurer la résistance d'un résistor avec un ohmmètre.

Manipulation

Vous avez à votre disposition : un ohmmètre et un resistor.

- 6 Mesurer la résistance du résistor avec son incertitude.
- 7 À l'aide de la documentation ci-dessous, déterminer la valeur du constructeur avec son incertitude.
- 8 À l'aide de l'écart normalisé, comparer votre mesure avec celle du constructeur.





II Estimer l'incertitude sur une grandeur calculée

II.A Utiliser des formules de composition d'incertitude

Nous avons vu dans la dernière partie et au TP précédent comment estimer l'incertitude pour une grandeur qui varie pour chaque expérience (incertitude de type-A) puis comment estimer l'incertitude pour une grandeur qui ne semble pas varier d'une expérience à l'autre (incertitude de type-B). Le problème est "régulé", nous savons estimer tout type d'incertitude sur une mesure.

Afin presque. Certaines grandeurs ne sont pas accessibles directement et il faut les calculer.

Par exemple, pour la chute d'une balle, si nous souhaitons connaître sa vitesse moyenne lors de la chute, aucun instrument ne peut nous la fournir. Pour avoir cette information, il faut la calculer à l'aide de la formule :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Nous mesurons la hauteur de la chute à l'aide d'un ruban mètre : $h = 1,0 \pm 0,05\text{m}$. Nous lâchons la balle de la hauteur h , et mesurons son temps de chute à l'aide d'un chronomètre $\Delta t = 0,45 \pm 0,02\text{s}$.

Que vaut la vitesse moyenne ?

$$v = \frac{h}{\Delta t} = 2,2222 \text{ m s}^{-1}$$

Mais nous n'avons pas d'incertitude sur cette vitesse.

Pour l'obtenir, nous allons utiliser des formules de composition des incertitudes :

Savoir

Multiplication par une constante	$v = \lambda x \ (\lambda \in \mathbf{R})$	$u(v) = \lambda u(x)$
Somme ou différence	$v = a + b$ ou $v = a - b$	$u(v) = \sqrt{u(a)^2 + u(b)^2}$
Produit ou quotient	$v = a \times b$ ou $v = \frac{a}{b}$	$\frac{u(v)}{v} = \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$
Puissance ²	$v = a^p$	$\frac{u(v)}{v} = p \frac{u(a)}{a}$

Questions

- 9 Déterminer l'incertitude sur la vitesse en utilisant les formules de propagation des incertitudes.

2. Officiellement pas au programme, mais formule bien utile notamment pour les racines carrées. Attention, elle ne peut pas se déduire de la formule de multiplication comme on s'y attendrait. En effet, les variables y et z doivent être indépendantes, ce qui n'est pas le cas ici.



II.B À toi de jouer

Manipulation

Tu as à ta disposition, un mètre ruban, une balle et chronomètre.

- 10 Rédige un protocole pour déterminer la vitesse moyenne de la chute d'une balle d'une hauteur $h \simeq 1 \text{ m}$.
- 11 Réalise l'expérience entre 5 et 10 fois. Consignes les valeurs du temps de chute Δt dans un tableau.
- 12 Quelles est la valeur de h avec son incertitude ? De quel type d'incertitude s'agit-il ?
- 13 Quelles est la valeur de Δt avec son incertitude ? De quel type d'incertitude s'agit-il ?
- 14 En déduire la valeur de la vitesse moyenne v_m avec son incertitude par propagation des incertitudes.
- 15 La théorie de la mécanique classique prévoit une vitesse moyenne : $v_{m,th} = \sqrt{\frac{hg}{2}}$. À l'aide de l'écart normalisé comparer votre résultat avec la théorie. Conclure.

Données : $g = 9,81 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.



III Exercice pour la propagation d'incertitudes

Dans les exemples suivants, nous donnons des valeurs expérimentales ainsi que les formules. Détermine la valeur cherchée assortie de son incertitude.

Questions

1. Nous avons pesé une masse de $m = (1,01 \pm 0,10)$ kg pour un volume de $V = (1,042 \pm 0,020)$ L. Déterminer la masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$.
2. On mesure la longueur $L = (2,50 \pm 0,05)$ m et la largeur $l = (1,20 \pm 0,03)$ m d'une table. Calculer son aire $A = L \times l$.
3. Un cylindre a un rayon $r = (3,00 \pm 0,10)$ cm et une hauteur $h = (10,0 \pm 0,2)$ cm. Déterminer son volume $V = \pi r^2 h$.
4. On mesure une tension $U = (5,00 \pm 0,05)$ V et une résistance $R = (220 \pm 5) \Omega$. Calculer l'intensité $I = \frac{U}{R}$.
5. La période d'un pendule est mesurée : $T = (2,00 \pm 0,02)$ s, la longueur du fil est $l = (1,00 \pm 0,01)$ m. Calculer l'accélération de la pesanteur $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.
6. On mesure la masse d'un récipient vide $m_1 = (250,0 \pm 0,5)$ g et la masse du même récipient rempli d'eau $m_2 = (750,0 \pm 0,5)$ g. Déterminer la masse d'eau $m_{\text{eau}} = m_2 - m_1$.