



TP 1 | Métrologie

La mesure et son incertitude (partie 1/2)



Noms (binôme ou trinôme)

Paillasse élèves

Optique

- ☐ banc optique ;
- ☐ support de lentille ;
- ☐ lentille convergente $f' \approx 20 \text{ cm}$;
- ☐ lanterne avec condenseur ;

Informatique

- ☐ ordinateur avec souris ;;

Paillasse professeur

Consommables

- ruban adhésif ;
- feuilles blanches ;

Consommables

- feuilles blanches ;

Électrocinétique

- générateur de tension continue (0-12V) ou (0-15V) ou (0-30V) [x10] ;
- fiches bananes [x10] ;
- rack de fils ;
- multimètre numérique [x20] ;
- résistances de $1 \text{ k}\Omega$ [x10] ;

Objectifs de la séance

- ☀ déterminer une valeur moyenne à partir d'une série de mesures ;
- ☀ en déduire l'incertitude-type associée à cette mesure ;
- ☀ comparer la valeur moyenne à une valeur de référence ;

Introduction

Dans ce TP, nous allons prendre comme exemple la mesure de la focale d'une lentille convergente. Nous allons réaliser plusieurs fois la mesure de la focale f' de la lentille. De ces différentes mesures, nous en déduirons la mesure moyenne $\bar{f}'$ ainsi que l'incertitude-type $u(f')$.

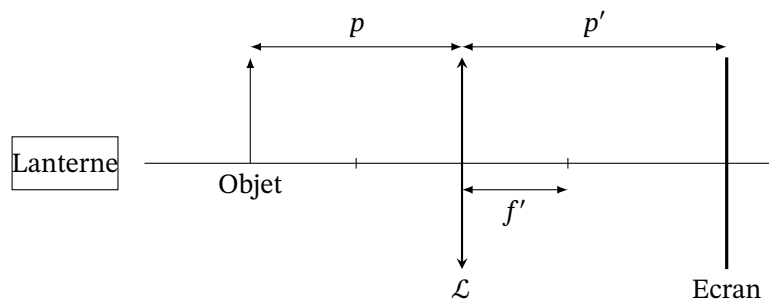




I Mesure de la focale d'une lentille convergente

Pour mesurer la focale d'une lentille convergente il existe plusieurs méthodes. Aujourd'hui, nous allons utiliser la méthode dite de la projection. Nous étudierons dans un autre TP d'autres méthodes pour mesurer la focale d'une lentille.

I.A Protocole expérimental



Manipulation

Le protocole expérimental est le suivant :

1. placer dans l'ordre : la lanterne, l'objet, la lentille et l'écran sur le banc optique ;
2. allumer la source de lumière blanche (lanterne) ;
3. ajuster le condenseur pour que la lumière éclaire bien l'objet et passe entièrement par la lentille ;
4. ajuster la position de l'écran pour obtenir une image nette de l'objet. Il est possible que l'image soit nette sur une "plage", il faut alors choisir la position de l'écran qui donne l'image la plus nette possible (au centre de la plage de netteté) ;

La distance focale f' de la lentille est donnée par la relation¹ :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$$

- 1 Noter les valeurs obtenues pour p , p' .
- 2 Montrer que $f' = pp'/(p + p')$.
- 3 En déduire la valeur de la distance focale f' de la lentille par une application numérique.

I.B Répétabilité d'une mesure ?

À ce stade, nous avons une mesure de la focale de la lentille. Nous pourrions considérer que c'est la valeur de la focale de la lentille.

Cependant, est-ce que si nous refaisons l'expérience nous obtiendrons la même valeur ?

Démonter tout le dispositif, puis refaite l'expérience en suivant le protocole expérimental précédent.

¹. Cette relation sera étudiée très prochainement en classe.



Noter la valeur de p et p' pour cette nouvelle expérience. En déduire la valeur de la focale f' de la lentille. Conclure : est-ce que la valeur de la focale est la même que précédemment ?

Manipulation

1. répéter l'expérience plusieurs fois entre 5 et 10 fois en notant à chaque fois les valeurs de p et p' ;
2. compléter le tableau suivant avec les valeurs de p , p' obtenues lors des différentes expériences.
3. calculer pour chaque expérience f' .

p										
p'										
f'										

II Analyse statistique des résultats

Sur votre série de mesures, quelle est la valeur la plus probable de la focale de la lentille ? Vous pouvez ainsi constater que vous n'obtenez jamais exactement la même valeur. Alors qu'elle est la bonne ?

Savoir

Aucune mesure n'est meilleure ni moins bonne qu'une autre, elles sont toutes valables.

II.A Valeur la plus probable

Pour estimer la meilleure valeur possible de la focale de la lentille, nous allons utiliser la moyenne des valeurs mesurées.

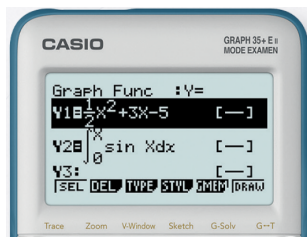
La moyenne est donnée par la formule :

$$\bar{f}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f'_i$$

où N est le nombre de mesures effectuées et l'indice i indique la mesure i , le symbole $\sum$ signifie somme les termes qui sont derrière.

Document

Les calculatrices et les programmes informatiques ont déjà cette formule encodée que nous pouvons utiliser directement :



II.B Incertitude sur la mesure

Pour estimer l'incertitude (à quel point nous ne sommes pas certain de la mesure), nous possédons un estimateur :

$$u(\bar{f}') = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

- $u(\bar{f}')$ est l'incertitude sur la mesure de $\bar{f}'$;
- σ est l'écart-type ;
- N est le nombre de mesures ;

L'écart-type correspond à l'incertitude sur une mesure (différentes de l'incertitude sur la moyenne des mesures).

$$\sigma = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f'_i - \bar{f}')^2$$

Document

Ici encore vos calculatrices permettent d'obtenir directement les valeurs σ et u .

Nous avons alors une très bonne estimation expérimentale de la focale de la lentille. La focale de la lentille se trouve dans l'intervalle :

$$[\bar{f}' - u(\bar{f}'); \bar{f}' + u(\bar{f}')]]$$

Par simplicité de notation, nous omettrons à partir de maintenant les $\bar{\cdot}$. Ainsi, nous écrivons :

$$[f' - u(f'); f' + u(f')]]$$

Questions

Calculer l'incertitude-type sur la moyenne des mesures $u(\bar{f}')$ à l'aide de votre calculatrice puis à l'aide de python.



III Présentation des résultats

III.A Notation des résultats

Dans la partie précédente, nous avons déterminé l'intervalle de confiance dans lequel se trouve la focale de la lentille. Afin de présenter les résultats de manière compacte, nous allons utiliser la notation suivante :

$$f' = \bar{f}' \pm u(\bar{f}') \text{unité}$$

$$\text{Grandeur} = \text{Valeur} \pm \text{Incertitude} \text{Unité}$$

III.B Chiffres significatifs, écriture scientifique et unités

Les mesures comportent un certain niveau de précision. Par exemple, nous n'avons pas mesuré la focale avec 14 chiffres après la virgule.

Pour tenir compte de cela, nous allons utiliser les règles suivantes :

1. l'incertitude-type $u(\bar{f}')$ doit être **majorée** avec deux chiffres significatifs si possible, un sinon ;

Exemple : si $u(\bar{f}') = 12,34$, nous allons écrire $u(\bar{f}') = 0,24$ (après l'étape 1) ;

2. la valeur moyenne et l'incertitude-type doivent être écrites dans la même unité ;

Exemple : si $\bar{f}' = 45,67 \text{ km}$ et $u(\bar{f}') = 13 \text{ m}$, nous allons écrire $\bar{f}' = 45,67 \text{ km}$ et $u(\bar{f}') = 13 \times 10^{-3} \text{ km}$;

Nous aurions aussi pu choisir de tout écrire en mètres : $\bar{f}' = 45\,670 \text{ m}$ et $u(\bar{f}') = 13 \text{ m}$;

Il est aussi possible d'utiliser les notations scientifiques : $\bar{f}' = 4,567 \times 10^4 \text{ m}$ et $u(\bar{f}') = 1,3 \times 10^1 \text{ m}$;

3. la valeur moyenne $\bar{f}'$ doit être arrondie à la même décimale que l'incertitude-type $u(\bar{f}')$;

Exemple : si $\bar{f}' = 45,67 \text{ km}$ et $u(\bar{f}') = 13 \times 10^{-3} \text{ km}$, nous allons écrire :

$$f' = 45,67 \pm 13 \times 10^{-3} \text{ km}$$

Questions

À toi de jouer...

- 4 Exprimer le résultat correctement à partir de mesures suivantes :





- | | |
|--|--|
| 1. $L = 123,4 \pm 3,56\text{m}$ | 6. $P = 345,759 \pm 10,75\text{MW}$ |
| 2. $D = 3,40 \pm 0,056\text{cm}$ | 7. $Re = 2024 \pm 100$ |
| 3. $\alpha = 33,40 \pm 1,53^\circ$ | 8. $P_0 = 1013,16 \pm 0,12\text{hPa}$ |
| 4. $T = 2560,7 \pm 15,0^\circ\text{C}$ | 9. $C = 5,45 \times 10^{-9} \pm 6 \times 10^{-10}\text{F}$ |
| 5. $U = 29,645 \pm 0,0053\text{V}$ | 10. $f = 1,603 \times 10^3 \pm 5\text{Hz}$ |

IV Comparaison à une valeur de référence

IV.A Comparaison à une valeur de référence sans incertitude

Nous avons mesuré la focale d'une lentille convergente avec une incertitude-type. La valeur de la focale d'une lentille convergente est normalement inscrite sur la lentille. Nous allons comparer notre mesure à cette valeur de référence en utilisant l'écart-normalisé ou z-score :

Savoir

$$Z = \frac{|\bar{f}' - f'_{ref}|}{u(\bar{f}')}$$

où f'_{ref} est la valeur de référence de la focale de la lentille.

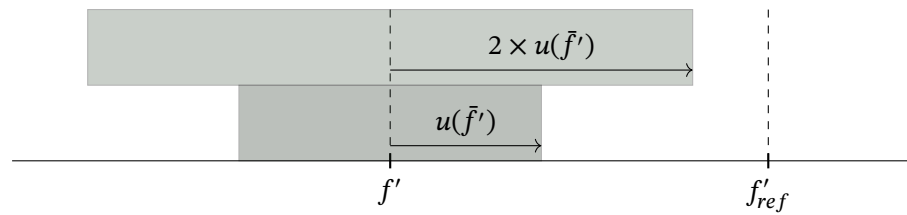
Nous considérons que notre mesure est compatible avec la valeur de référence si $Z < 2$.

L'écart-normalisé Z est une quantification de l'écart entre notre mesure et la valeur de référence en nombre d'incertitudes-types.

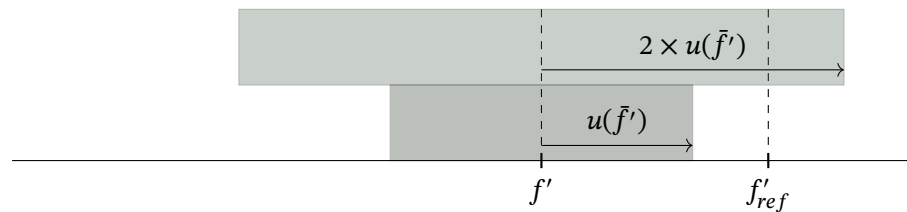
Document

Illustrations :

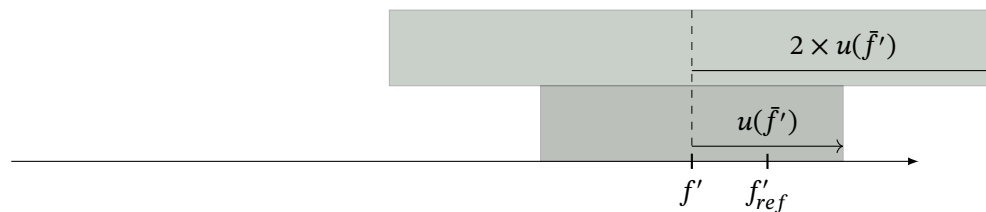
Cas 1 : $Z > 2$: la valeur de référence se trouve hors l'intervalle de confiance de notre mesure :



Cas 2 : $Z = 1,5$: la valeur de référence se trouve dans l'intervalle de confiance de notre mesure :



Cas 3 : $Z = 0,5$: la valeur de référence se trouve dans l'intervalle de confiance de notre mesure :



Questions

- 5 Calculer l'écart-normalisé Z entre notre mesure et la valeur de référence indiquée sur la lentille.
- 6 Votre mesure est-elle compatible avec la valeur de référence ?

IV.B Comparaison à une valeur de référence à incertitude

Dans le cas où la valeur de référence est aussi donnée avec une incertitude-type $u(f'_{ref})$, la comparaison se fait à l'aide de la formule générale de l'écart-normalisé ou z-score :

Savoir

$$Z = \frac{|\bar{f}' - f'_{ref}|}{\sqrt{u(\bar{f}')^2 + u(f'_{ref})^2}}$$



Questions

- 7 Montrer que si $u(f'_{ref}) = 0$, on retrouve la formule précédente.
- 8 À priori, la distance focale d'une lentille est donnée sans incertitude, mais nous pouvons l'estimer à 1 ou 2 unités de la dernière décimale indiquée par le constructeur. Donner la valeur de référence de la focale de la lentille avec son incertitude-type.
- 9 Calculer l'écart-normalisé Z entre notre mesure et la valeur de référence.
- 10 Notre mesure est-elle compatible avec la valeur de référence?

IV.C Conclure sur la mesure

Il serait insuffisant de donner uniquement la valeur du z-score. Il est nécessaire d'interpréter ce résultat.

Cas où $Z < 2$: la mesure est compatible avec la valeur de référence. Nous pouvons donc conclure que notre mesure est correcte. Le modèle utilisé est adapté à décrire l'expérience réalisée. Cette démarche répétée plusieurs fois au travers de différentes expériences permet de valider un modèle scientifique : c'est la démarche scientifique.

Cas où $Z > 2$: la mesure n'est pas compatible avec la valeur de référence. Plusieurs raisons peuvent expliquer cela :

- nous avons fait une erreur de manipulation (la règle n'est pas droite, le banc optique n'est pas bien aligné, ...);
- nous avons fait une erreur de calcul;
- une erreur de matériel (la règle n'est pas graduée correctement, ...);
- nous avons sous-estimé l'incertitude-type;
- la lentille n'a pas la focale indiquée (erreur de fabrication, lentille abîmée, ...);
- une erreur dans la modélisation (la formule utilisée n'est pas adaptée au montage expérimental).