



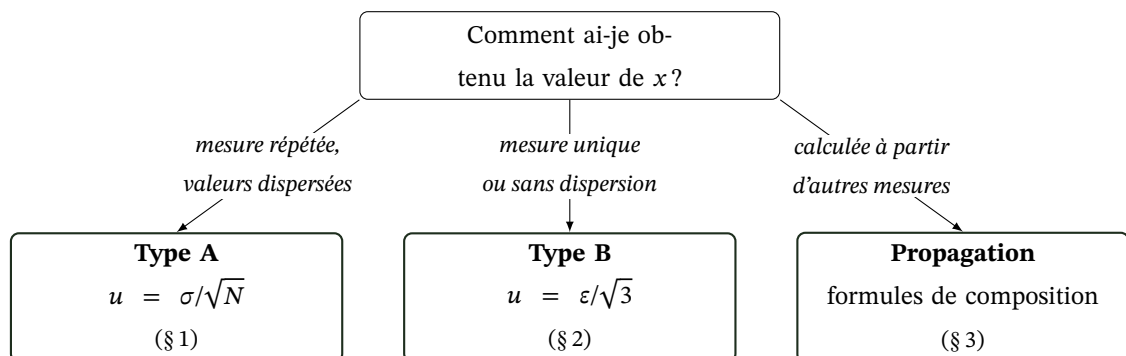
FO 8 | Outils

Incertitudes : type A, type B, propagation



Quelle incertitude ?

Un résultat de mesure s'écrit toujours **valeur $\pm$ incertitude-type et unité**. L'incertitude-type $u(x)$ quantifie la dispersion des valeurs que l'on pourrait raisonnablement attribuer à x . Avant tout calcul, se demander : *comment ai-je obtenu cette valeur ?*



I Type A : la mesure varie quand on la répète

💡 Savoir

- 💡 Meilleure estimation : la moyenne $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$.
- 💡 Écart-type expérimental (dispersion d'une mesure) : $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ (pas à connaître)
- 💡 Incertitude-type sur la *moyenne* : $u(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$. Elle diminue avec N ; σ , elle, ne diminue pas.

⚙ Méthode

1. Relever les N valeurs.
2. Calculer la moyenne (calculatrice, voir encadré).
3. Calculer l'écart-type (calculatrice, voir encadré).
4. Diviser par $\sqrt{N}$.
5. Arrondir (voir § 4) et écrire le résultat.

📄 Document



TI83



Casio35



Numworks



Piège de la calculatrice : il existe deux écarts-types. Prendre celui en $N - 1$: s_x (TI), s_x ou $x\sigma_{n-1}$ (Casio), s (NumWorks). En Python : `np.std(x, ddof=1) / np.sqrt(len(x))`.

II Type B : une seule valeur, ou pas de dispersion visible

Savoir

On estime la demi-étendue ε de l'intervalle $[x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon]$ où se trouve certainement la valeur, puis :

$$u(x) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}}. \text{ Remarque : nous prendrons souvent } u(x) \simeq \varepsilon \text{ en négligeant la division par } \sqrt{3} \simeq 1,7$$

Pas de dispersion observée ne veut pas dire pas d'incertitude : **il y a toujours une incertitude.**

Situation

Comment trouver ε

Lecture sur une échelle graduée (règle, rapporteur...)	ε = graduation ou demi-graduation
Appareil numérique (multimètre...)	notice : $\varepsilon = p \% \times \text{valeur lue} + n \text{ digits}$ (1 digit = une unité du dernier chiffre affiché)
Valeur constructeur (résistance, verrerie...)	ε = tolérance indiquée

Méthode

1. Identifier la source d'incertitude.
2. Calculer ε .
3. (optionnel) Diviser par $\sqrt{3}$.
4. Arrondir et écrire le résultat.

III Propagation : la grandeur est calculée

Savoir



Forme	Relation	Incertitude
Constante	$v = \lambda a$	$u(v) = \lambda u(a)$
Somme, différence	$v = a \pm b$	$u(v) = \sqrt{u(a)^2 + u(b)^2}$
Produit, quotient	$v = a b$ ou $v = \frac{a}{b}$	$\frac{u(v)}{v} = \sqrt{\left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2}$

💡 Quelle combinaison ? $\pm$: incertitudes **absolues** ($u(x)$); $\times, \div$: incertitudes **relatives** ($u(x)/x$).

Remarque : la formule sur les puissances n'est pas officiellement au programme $v = a^2$, alors $u(v)/v = 2u(a)/a$ (et non $\sqrt{2}u(a)/a$ comme on pourrait s'y attendre avec la formule du produit).

⚙ Méthode

1. Identifier la forme de la relation.
2. Calculer la valeur.
3. Calculer l'incertitude à l'aide de la formule.
4. Arrondir et écrire le résultat.

📄 Document

Pour améliorer une mesure : comparer les contributions de l'étape 3. Seule la plus grande compte vraiment.

IV Présenter et comparer un résultat

⚙ Savoir-faire

- ⚙ Majorer $u(x)$ à **deux chiffres significatifs** : $0,1229 \rightarrow 0,13$.
- ⚙ Écrire valeur et incertitude dans la **même unité**.
- ⚙ Arrondir la valeur à la **même décimale** que l'incertitude : $20,033 \rightarrow 20,03$.
- ⚙ Comparer à une référence avec l'écart normalisé $Z = \frac{|x - x_{\text{ref}}|}{\sqrt{u(x)^2 + u(x_{\text{ref}})^2}}$ (avec $u(x_{\text{ref}}) = 0$ si la référence est donnée sans incertitude).
- ⚙ Conclure : $Z \leq 2 \Rightarrow$ compatibles; $Z > 2 \Rightarrow$ non compatibles, chercher la cause (manipulation, incertitude sous-estimée, modèle inadapté...).



Je m'entraîne

Exercice d'application 1

- 1 On mesure 5 fois la période d'un pendule (en s) : 1,42; 1,38; 1,45; 1,40; 1,41. Donner T avec son incertitude. De quel type est-elle?
- 2 Un multimètre affiche $U = 5,03 \text{ V}$. La notice indique une précision de $\pm(0,5\% + 2 \text{ digits})$. Donner U avec son incertitude.
- 3 Avec un fil de longueur $l = (0,500 \pm 0,003) \text{ m}$ et la période de la question 1, calculer $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ avec son incertitude. Quelle mesure faut-il améliorer en priorité? Comparer à $g_{\text{ref}} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- 4 On souhaite diviser par deux l'incertitude de la question 1. Combien de mesures faut-il réaliser?