

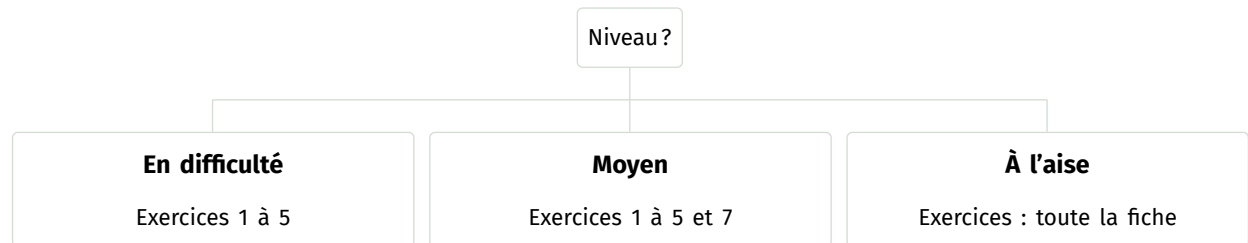


# TD E1 | Électrocinétique

## Lois des réseaux



Difficulté croissante au long de la fiche. Consigne : rédiger au propre, faire figurer les unités à chaque étape.



Exercices complémentaires disponibles dans le cahier d'entraînement : **3.1** à **4.11**.



QR vers le cahier

### Exercice 1 : loi de comportement

#### ⚙ Savoir-faire

- ⚙ identifier la convention utilisée ;
- ⚙ déterminer la loi de comportement d'un dipôle.

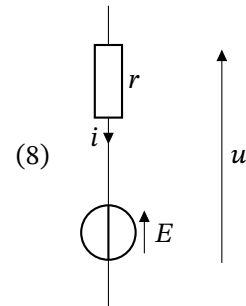
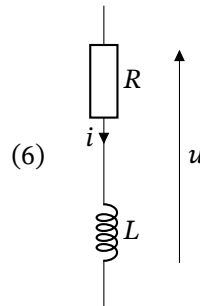
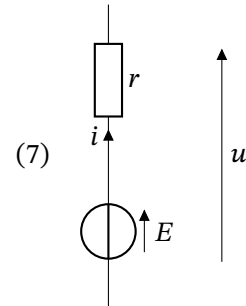
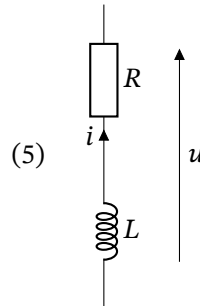
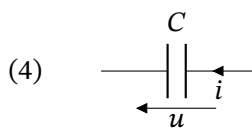
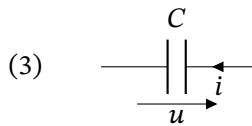
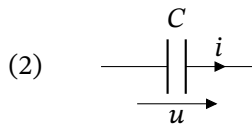
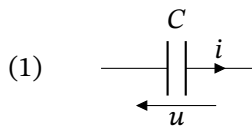
Difficulté : ● ○ ○

Pour chacun des cas suivants :

- 1 préciser si le dipôle est orienté en convention générateur ou récepteur ;
- 2 déterminer la loi de comportement impliquant  $u$ ,  $i$  et éventuellement leurs dérivées.



2026-2027



Corrigé

Circuit 1 Récepteur,  $i = C \frac{du}{dt}$ Circuit 2 Générateur,  $i = -C \frac{du}{dt}$ Circuit 3 Récepteur,  $i = C \frac{du}{dt}$ Circuit 4 Générateur,  $i = -C \frac{du}{dt}$ Circuit 5 Générateur,  $u = -\left(Ri + L \frac{di}{dt}\right)$ Circuit 6 Récepteur,  $u = \left(Ri + L \frac{di}{dt}\right)$ Circuit 7 Générateur,  $u = E - ri$ Circuit 8 Générateur,  $u = E + ri$ 

## Exercice 2 : caractérisique

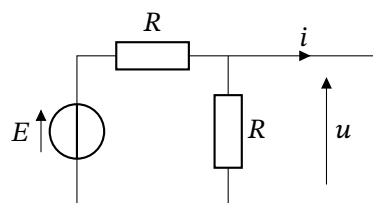
Savoir-faire

tracer une caractéristique;

dipôle équivalent;

Difficulté : ● ○ ○

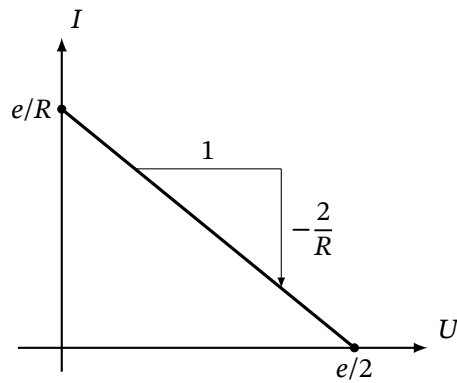
Source : C. Garring

Tracer la caractéristique statique,  $i = f(u)$ , du dipôle ci-dessous

Corrigé

Loi des mailles, loi des nœuds et loi d'Ohm, donne :

$$u = \frac{e}{2} - \frac{R}{2}i$$



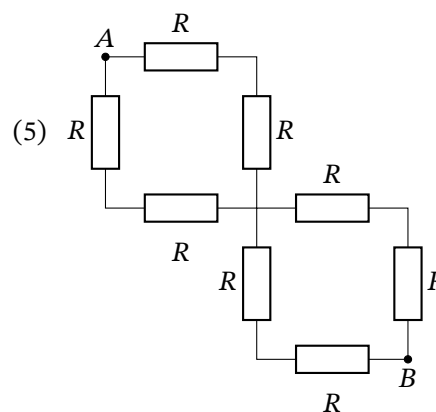
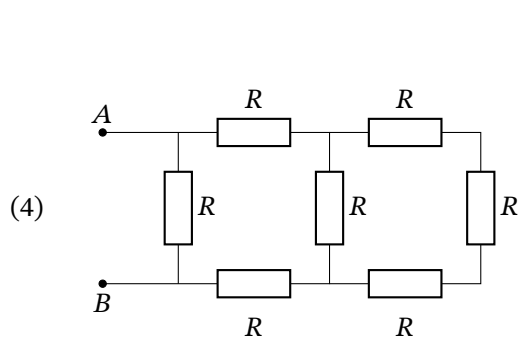
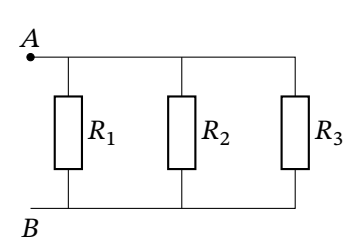
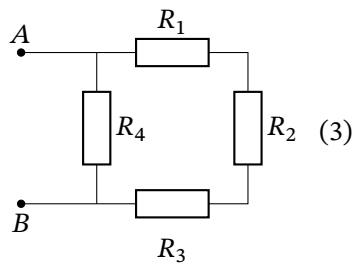
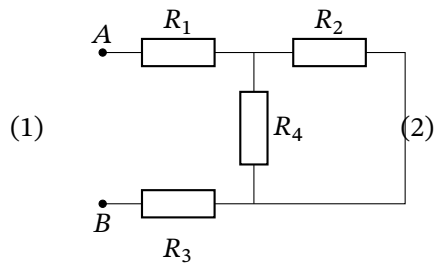
### Exercice 3 : résistance équivalente

Savoir-faire

Difficulté : ● ○ ○

- identifier deux dipôles en série, parallèle ;
- déterminer une résistance équivalente.

- 1 Pour chacun des circuits ci-dessous, indiquer si les différents résistors sont montés en série, en parallèle, ou ni l'un ni l'autre.
- 2 Déterminer la résistance équivalente vue entre les points A et B.



Corrigé



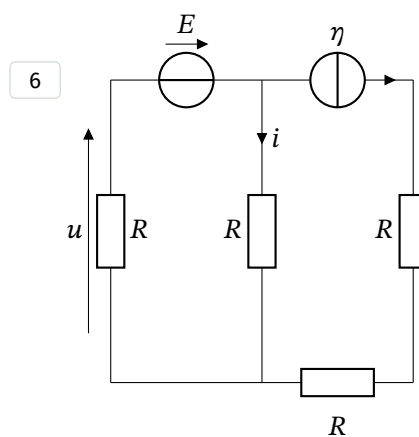
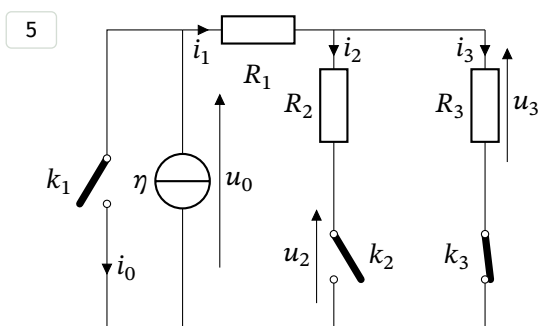
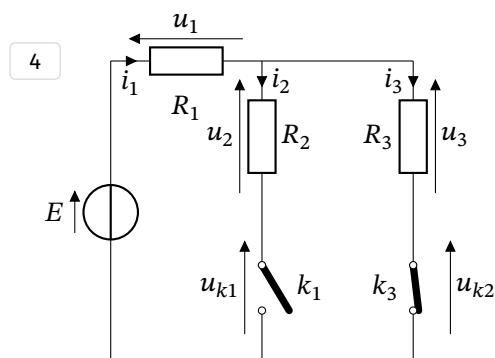
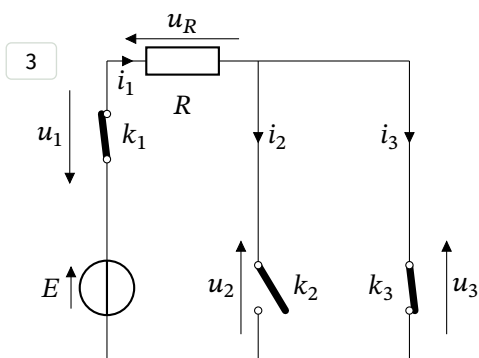
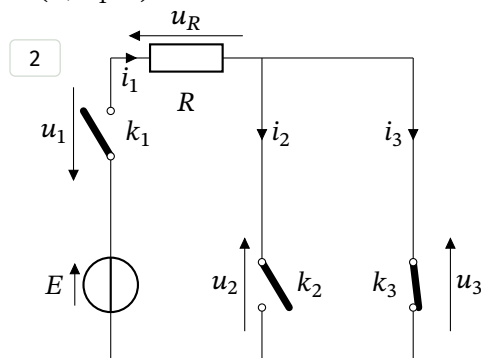
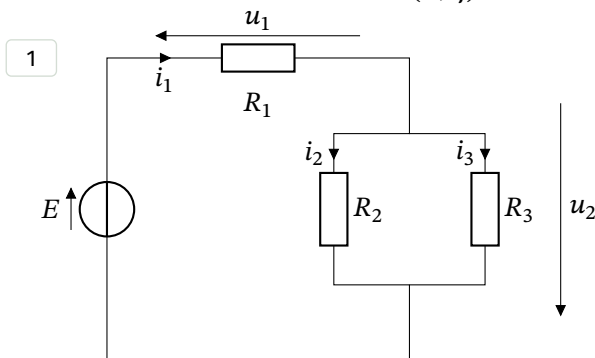
### Exercice 4 : détermination de grandeur

Savoir-faire

utiliser les lois de réseaux;

Difficulté : ● ● ○

Déterminer toutes les intensités ( $i_1, i_2, \dots$ ) et tensions ( $u_1, u_2, \dots$ ) indiquées dans les circuits ci-dessous en fonction des forces électromotrices ( $E, \eta$ ) et des résistances ( $R, R_1 \dots$ ).



Corrigé



### Exercice 5 : pont diviseur

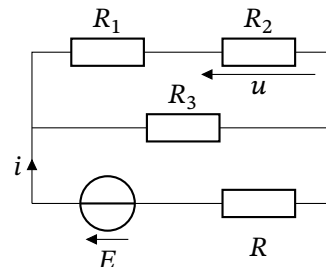
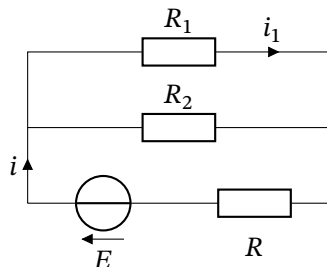
#### Savoir-faire

- ⚙️ utiliser des ponts diviseurs;
- ⚙️ utiliser les lois des mailles et des nœuds;
- ⚙️ association de résistance;

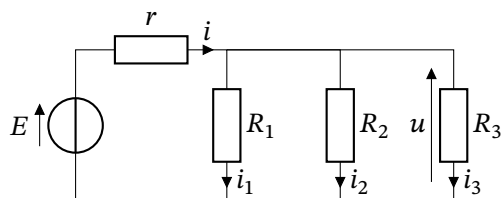
Difficulté : ● ● ○

Dans les circuits suivants, déterminer les grandeurs demandées. Identifier les situations qui permettent d'utiliser des ponts diviseurs. Puis utiliser les théorèmes de pont diviseur pour déterminer les grandeurs demandées.

- 1 Déterminer  $i_1$  à partir de  $R_1$  et  $R_2$  et  $i$  puis en 2 Déterminer  $u$  en fonction de  $E$ ,  $R$ ,  $R_1$  et  $R_2$ , fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  et  $E$ .



- 3 Déterminer  $i_1$  en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .



#### Corrigé

- 1 **Calcul de  $i_1$ .**

**Identification.**  $R_1$  et  $R_2$  sont branchées entre les mêmes nœuds A et B : elles sont **en parallèle**. Le courant  $i$  qui arrive en A se partage entre elles : c'est un **pont diviseur de courant**.

**En fonction de  $i$  :**

$$i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} i$$

Ce qui donne après simplification :

$$i_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

**En fonction de  $E$ .** L'association parallèle  $R_1 \parallel R_2$  a pour résistance équivalente

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$



Le circuit se réduit à une maille unique  $E, R, R_{eq}$  en série. La loi des mailles donne

$$i = \frac{E}{R + R_{eq}} = \frac{(R_1 + R_2)E}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$

D'où

$$i_1 = \frac{R_2 E}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2}$$

## 2 Calcul de $u$ .

**Identification.** Deux ponts diviseurs de tension imbriqués :

- $R_1$  et  $R_2$  sont **en série** (même courant) entre  $A$  et  $B$ , soumises à la tension  $U_{AB}$  :  $u$  s'obtient par un pont diviseur de tension sur cette branche ;
- la branche  $(R_1 + R_2)$  est **en parallèle** avec  $R_3$  ; l'ensemble, de résistance  $R'$ , est **en série** avec  $R$  aux bornes de  $E$  :  $U_{AB}$  s'obtient par un second pont diviseur de tension.

**Étape 1 :  $u$  en fonction de  $U_{AB}$ .**

$$u = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB}.$$

**Étape 2 :  $U_{AB}$  en fonction de  $E$ .** La résistance équivalente entre  $A$  et  $B$  vaut

$$R' = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad \text{d'où} \quad U_{AB} = \frac{R'}{R + R'} E = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R(R_1 + R_2 + R_3) + R_3(R_1 + R_2)} E.$$

**Conclusion.**

$$u = \frac{R_2 R_3 E}{R(R_1 + R_2 + R_3) + R_3(R_1 + R_2)}$$

**Attention.** On ne peut pas appliquer directement un pont diviseur de  $E$  sur  $R_2$  :  $R_2$  et  $R$  ne sont pas parcourues par le même courant, à cause de la dérivation par  $R_3$ .

## 3 Calcul de $i_1$ .

**Identification.**

- $R_1, R_2$  et  $R_3$  sont toutes branchées entre le nœud  $A$  et la masse : elles sont **en parallèle**, soumises à la même tension  $u$ . Le courant  $i$  issu de la branche  $(E, r)$  se partage entre elles : **pont diviseur de courant à trois branches**.
- $r$  et  $R_{eq}$  l'association en parallèle de  $R_1, R_2$  et  $R_3$  sont en série. Pont diviseur de tension possible.

**Pont diviseur de courant.** Le pont diviseur de courant s'écrit :

$$i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_{eq}} i \quad \text{avec} \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

**Pont diviseur de tension.** Soit  $U_r$  la tension aux bornes de  $r$  (convention récepteur).

$$U_r = \frac{r}{r + R_{eq}} E$$

Et d'après la loi d'Ohm :  $U_r = r i$  D'où

$$i = \frac{E}{r + R_{eq}}$$

**Expression de  $i_1$ .** En combinant les deux résultats précédents, nous obtenons :

$$i_1 = \frac{R_{eq}}{R_1(r + R_{eq})} E \quad \text{avec} \quad R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$



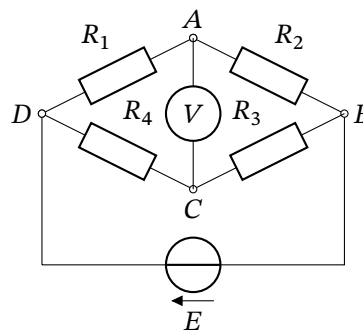
### Exercice 6 : pont de Wheastone

Savoir-faire

Difficulté : ● ● ●

- pont diviseur de tension ;
- potentiel et tension ;

Considérons le circuit suivant, constitué de quatre résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , et  $R_4$  disposées en pont de Wheatstone.



- 1 Déterminer la condition d'équilibre du pont de Wheatstone, c'est-à-dire l'expression de la relation entre les résistances pour que la tension entre les points A et C soit nulle.
- 2 Si  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 150 \Omega$ , et  $R_3 = 200 \Omega$ , quelle doit être la valeur de  $R_4$  pour que le pont soit équilibré ?
- 3 En cas de déséquilibre, exprimer la tension mesurée entre les points A et C en fonction des résistances et de la tension d'alimentation  $E$  appliquée au circuit.
- 4 Que se passe-t-il si l'une des résistances est modifiée ? Comment cela affecte-t-il l'équilibre du pont ?

Corrigé

**Hypothèses et conventions.** On note  $E = V_D - V_B$  la tension imposée par le générateur entre les points D et B. Le voltmètre est supposé idéal (résistance interne infinie) : il n'est traversé par aucun courant. Les branches D-A-B et D-C-B sont donc parcourues chacune par un courant unique, notés respectivement  $I_1$  et  $I_2$  :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{E}{R_4 + R_3}.$$

#### 1 Condition d'équilibre.

Chaque branche constitue un pont diviseur de tension :

$$V_A - V_B = R_2 I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \quad \text{et} \quad V_C - V_B = R_3 I_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} E.$$

La tension mesurée par le voltmètre est donc

$$U_{AC} = V_A - V_C = E \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right).$$



Le pont est équilibré lorsque  $U_{AC} = 0$ , soit

$$R_2(R_3 + R_4) = R_3(R_1 + R_2)$$

$$R_2 R_4 = R_1 R_3,$$

On remarque que cette condition ne dépend pas de  $E$ .

### 2 Application numérique.

D'après la condition d'équilibre :

$$R_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2} = \frac{100 \times 200}{150} \Omega \approx 133 \Omega$$

### 3 Tension de déséquilibre.

En réduisant au même dénominateur l'expression obtenue à la question 1 :

$$U_{AC} = E \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

On retrouve bien  $U_{AC} = 0$  lorsque  $R_2 R_4 = R_1 R_3$ . Le signe de  $U_{AC}$  indique dans quel sens le pont est déséquilibré.

### 4 Effet de la modification d'une résistance.

Si l'une des résistances est modifiée, l'égalité  $R_2 R_4 = R_1 R_3$  n'est plus vérifiée : le pont est déséquilibré et le voltmètre indique une tension non nulle. Une augmentation de  $R_2$  ou de  $R_4$  rend  $U_{AC}$  positive ; une augmentation de  $R_1$  ou de  $R_3$  la rend négative. Le signe de la tension renseigne donc sur le sens de la variation.

## Exercice 7 : erreur commise sur la mesure

### Savoir-faire

- résistance d'entrée et de sortie ;
- pont diviseur de tension ;

Difficulté : ● ● ○

En régime continu, l'étage électronique d'entrée d'un oscilloscope peut se modéliser par sa seule résistance d'entrée  $R_e = 1 \text{ M}\Omega$ . On connecte un générateur de résistance interne  $r = 50 \Omega$  sur l'entrée de l'oscilloscope.

- 1 Quelle erreur relative commet-on en confondant la f.é.m.  $E$  du générateur et la tension  $U$  mesurée par l'oscilloscope ? Conclure.

Le capteur électrochimique d'un pH-mètre se modélise par un générateur non-idéal de résistance interne égale à  $500 \text{ k}\Omega$ .

- 2 Quelle erreur relative de mesure fait-on en reliant directement le pH-mètre à l'oscilloscope ?

On place entre le pH-mètre et l'oscilloscope un adaptateur, qui a pour effet de présenter une résistance d'entrée de  $10 \text{ M}\Omega$  au pH-mètre.

- 3 Que devient l'erreur relative précédente ?



### Corrigé

- 4 Le générateur  $(E, r)$  et la résistance d'entrée  $R_e$  forment un pont diviseur de tension :

$$U = \frac{R_e}{R_e + r} E \varepsilon = \frac{E - U}{E} = \frac{r}{R_e + r}.$$

A.N. :  $\varepsilon = \frac{50 \Omega}{1 \text{ M}\Omega + 50 \Omega} \approx 5 \times 10^{-5} = 0,005 \%$ .

Conclusion : l'erreur est négligeable; l'oscilloscope se comporte comme un voltmètre quasi idéal tant que  $r \ll R_e$ .

- 5 Même relation avec  $r' = 500 \text{ k}\Omega$  :

$$\varepsilon' = \frac{r'}{R_e + r'} = \frac{0,5 \text{ M}\Omega}{1,5 \text{ M}\Omega} \approx 0,33 = 33 \%.$$

L'erreur est inacceptable :  $r'$  n'est plus négligeable devant  $R_e$ .

- 6 Avec  $R'_e = 10 \text{ M}\Omega$  :

$$\varepsilon'' = \frac{r'}{R'_e + r'} = \frac{0,5 \text{ M}\Omega}{10,5 \text{ M}\Omega} \approx 0,048 = 4,8 \%.$$

L'adaptateur divise l'erreur par un facteur  $\approx 7$ ; elle reste toutefois de quelques pourcents.

Remarque : il faudrait  $R'_e \gtrsim 50 \text{ G}\Omega$  pour une erreur inférieure à 0,001 %, d'où l'emploi d'amplificateurs à très haute impédance d'entrée dans les pH-mètres.

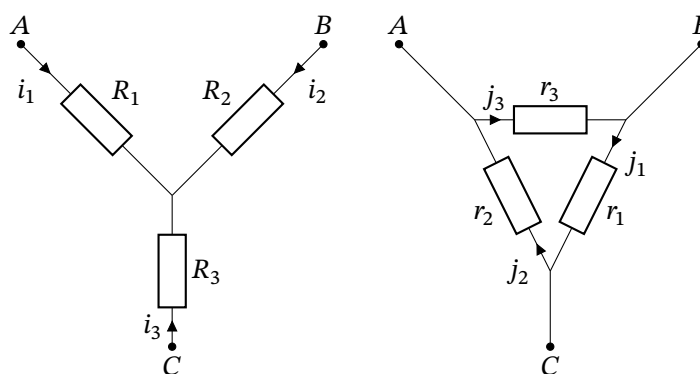
### Exercice 8 : étoile ou triangle ?

Savoir-faire



Difficulté : ● ● ●

Source : E. Thibierge



On considère les deux circuits ci-dessus, appelés montage étoile (à gauche) et triangle (à droite). Pour des valeurs bien choisies des résistances ces deux circuits peuvent être équivalents. On suppose connues les résistances  $r_i$  de la configuration triangle et on cherche les résistances  $R_j$  de la configuration étoile.

- 1 Exprimer le plus simplement possible la tension  $U_{AB}$  en fonction de certaines résistances et certains courants pour les deux montages.



2026-2027

- 2 Sur le circuit en triangle, représenter les courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$ .
- 3 Exprimer  $j_3$  en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$  et des résistances  $r_j$ .
- 4 En déduire les expressions de  $R_1$  et  $R_2$  pour que les circuits soient équivalents.
- 5 En déduire l'expression de  $R_3$  par analogie.

Corrigé

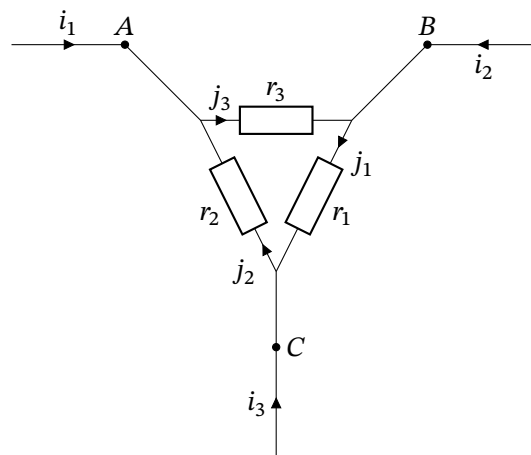
- 1 **Étoile** : les courants  $i_1, i_2, i_3$  sont tous orientés vers le nœud central  $D$ , d'où

$$U_{AB} = (V_A - V_D) + (V_D - V_B) = R_1 i_1 - R_2 i_2.$$

**Triangle** :  $j_3$  traverse  $r_3$  de  $A$  vers  $B$ , d'où

$$U_{AB} = r_3 j_3.$$

- 2 Pour que les montages soient équivalents, les mêmes courants doivent entrer par les bornes  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Ils vérifient  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ .



- 3 On applique la loi des nœuds.

$$\text{En } A : j_2 = j_3 - i_1, \quad \text{en } B : j_1 = j_3 + i_2.$$

La loi des mailles, appliquée au triangle, donne :

$$r_3 j_3 + r_1 j_1 + r_2 j_2 = 0$$

$$r_3 j_3 + r_1 (j_3 + i_2) + r_2 (j_3 - i_1) = 0.$$

On en tire

$$j_3 = \frac{r_2 i_1 - r_1 i_2}{r_1 + r_2 + r_3}$$

- 4 En reportant  $j_3$  dans l'expression du triangle, on obtient

$$U_{AB} = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_1 - \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_2.$$



Les courants  $i_1$  et  $i_2$  sont indépendants. Par identification avec  $U_{AB} = R_1 i_1 - R_2 i_2$  :

$$R_1 = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}$$

$$R_2 = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}$$

- 5 La résistance de l'étoile reliée à un sommet vaut le produit des deux côtés du triangle issus de ce sommet, divisé par la somme des trois. Les côtés issus de  $C$  sont  $r_1$  et  $r_2$ , d'où

$$R_3 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3}$$

#### © Éléments de réponse

1. Est-ce que  $u$  et  $i$  sont dans le même sens ?
3. Qu'est-ce qu'il y a entre deux dipôles ?
4. Quelle est la méthode ?
5.  $i_1 = \frac{R_{eq}}{R_1} \frac{E}{R + R_{eq}}$
7. 0,005 %.