



Cahier de Calculs | 5

Semaine du 05/10 au 11/10



Consignes

Une question à traiter par jour. À rédiger au propre sur le cahier de calcul. Le cahier est ramassé le lundi de façon aléatoire.

Lundi

5-1

Exprimer $\ln(256)$ et $\ln(27/25)$ en fonction de $\ln(2)$, $\ln(3)$ et $\ln(5)$.

Correction

$$\ln(256) = \ln(2^8) = 8 \ln(2)$$

et

$$\ln(27/25) = \ln(3^3) - \ln(5^2) = 3 \ln(3) - 2 \ln(5)$$

Mardi

5-2

Simplifier l'expression suivante : $e^{3-\ln(9)}$

Correction

$$e^{3-\ln(9)} = e^3 e^{-\ln(9)} = \frac{e^3}{9}$$

Mercredi

5-3

Simplifier $\ln(\sqrt{e^{x^2}})$

Correction

$$\ln(\sqrt{e^{x^2}}) = \frac{1}{2} \ln(e^{x^2}) = \frac{1}{2} x^2$$



2026-2027

Jeudi

5-4

Déterminer t_1 dans l'équation suivante : $E(1 - e^{-t_1/\tau}) = E/2$. τ et E sont des constantes non nulles.

Correction

$$E(1 - e^{-t_1/\tau}) = E/2$$

$$\frac{1}{2} = e^{-t_1/\tau}$$

$$-\ln(2) = -\frac{t_1}{\tau}$$

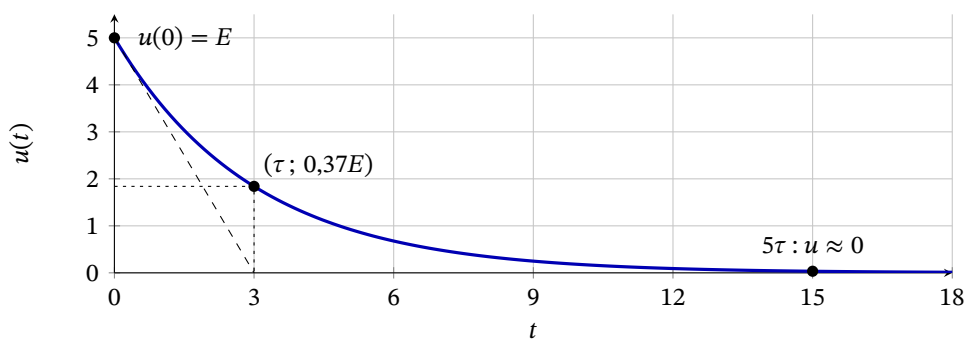
$$t_1 = \tau \ln(2)$$

Vendredi

5-5

Tracer le graphe : $u(t) = Ee^{-t/\tau}$ pour $E = 5$ et $\tau = 3$ pour $t \geq 0$. Indiquer les points caractéristiques.

Correction



Points caractéristiques : $u(0) = E = 5$; la tangente à l'origine coupe l'axe des abscisses en $t = \tau = 3$; $u(\tau) = Ee^{-1} \approx 0,37E \approx 1,8$; pour $t \geq 5\tau = 15$, $u < 1\%$ de E : $u \rightarrow 0$.



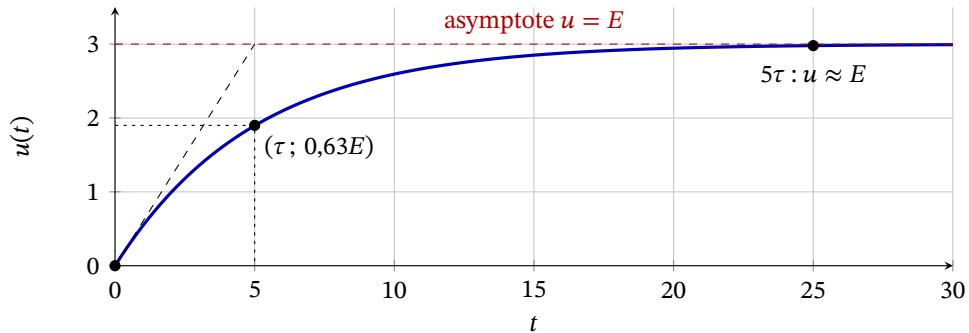


Samedi

5-6

Tracer le graphe : $u(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ pour $E = 3$ et $\tau = 5$ pour $t \geq 0$. Indiquer les points caractéristiques.

Correction



Points caractéristiques : $u(0) = 0$; asymptote horizontale $u = E = 3$; la tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau = 5$; $u(\tau) = E(1 - e^{-1}) \approx 0,63E \approx 1,9$; pour $t \geq 5\tau = 25$, $u > 99\%$ de E : régime permanent atteint.

Dimanche

5-7

Dériver u par rapport au temps : $u(t) = (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) e^{-\mu t}$. A , B , ω et μ sont des constantes.

Correction

$$\dot{u} = (-\omega A \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t)) e^{-\mu t} - \mu (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) e^{-\mu t}$$

Et en factorisant :

$$\dot{u} = -[(\omega A + \mu B) \sin(\omega t) + (\mu A - B\omega) \cos(\omega t)] e^{-\mu t}$$

